



---

## LPDSI - Laboratório de Processamento de Sinais e Imagens

---

### Exercício de Processamento de Sinais

## 1 Estudo da Transformada em Z

Chamamos de ondelette o sinal  $x(n)$  em tempo discreto definido por:

$$x(0) = 1 \quad x(1) = a \quad (1)$$

com  $a$  sendo um número real e  $x(n) = 0$  se  $n \neq 0$  ou  $1$

### 1.1 Estudo de uma Ondelette

Dar a representação em  $z$ ,  $X(z)$ , e em frequência reduzidas,  $X(\lambda)$ , da ondelette. Para quais valores da ondelette ela é a fase mínima?

Dar a densidade espectral em  $z$ ,  $S_X(z)$ , em frequência reduzidas  $S_X(\lambda)$  e a função de correlação da ondelette.

Representar  $S_X(\lambda)$ . Quais os valores de  $a$  onde a ondelette é a baixa frequência e para quais ela é a alta frequência?

### 1.2 O Filtro Inverso da Ondelette

O filtro inverso da ondelette é tal que se aplicarmos à ondelette na entrada deste filtro, a saída é um dirac em tempo discreto.

#### 1.2.1 Primeiro Caso - $|a| < 1$

Dar o ganho do filtro inverso em  $z$ .

Escrever a relação Entrada-Saída, em tempo, do filtro inverso. Dar a forma causal desta relação.

A entrada do filtro inverso é a soma da ondelette e de um ruído branco, centrado e estacionário  $B(n)$ .

$$R(n) = x(n) + B(n) \quad (2)$$

a potência do ruído de entrada é:  $E[|B(n)|^2] = P_B$ .

Propor uma definição para a relação sinal ruído  $SNR_e$  na entrada e para a saída  $SNR_s$ . Calcular estas duas relações.

### 1.2.2 Segundo Caso - $|a| > 1$

Dar a função de transferência em  $z$  do filtro FB que transforma a ondelette em um ruído branco estável e causal. Dar também a forma causal da relação Entrada-Saída deste filtro FB. Aplicamos esta ondelette à entrada deste filtro FB. Dar a saída do filtro FB.

Qual é o problema encontrado neste caso para a construção do filtro inverso? Como podemos resolvê-lo?

### 1.3 Identificação da Ondelette em Segunda Ordem

Seja o sinal  $y(n) = \alpha x(n)$ .  $\alpha$  é um fator de escala (real) desconhecido,  $x(n)$  é ondelette definida anteriormente.

Observamos os valores da função de correlação de  $y(n)$  para os atrasos 0 e 1. Conhecemos assim  $\Gamma_y(0)$  e  $\Gamma_y(1)$ .

Mostrar que a partir destes valores da correlação podemos calcular  $a$ . Dar os valores de  $a$  em função de  $\Gamma_y(0)$  e  $\Gamma_y(1)$ . Qual é a relação entre estes valores de  $a$ ? Porque a única observação da correlação nos induz uma indeterminação?

Aplicação numérica: calcular os valores possíveis de  $a$  para:  $\Gamma_y(0) = 205$  e  $\Gamma_y(1) = 100$ .